

**Дифференциальные уравнения**  
**Домашнее задание (ДЗ) и задачи для занятия -- 3**

**Домашнее задание**

1. Найти общее решение следующего ОДУ

$$i) y' - 2y = f(x), \quad f(x) := \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1 - e^{-x}, & x > 0 \end{cases}$$

$$ii) y' - g(x)y = x, \quad g(x) := \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x, & x > 0 \end{cases}$$

2. Проверьте если следующие ОДУ являются однородными и решите их.

$$i) x^2 y' = y(x + y);$$

$$ii) y' = \frac{2x + y}{x + y};$$

$$iii) 2x \frac{dy}{dx} = 2y - \sqrt{xy};$$

$$iv) x \frac{dy}{dx} = y - \sqrt{x^2 + y^2}.$$

3. Принести следующие ОДУ в вид типа Бернулли и решите их

$$i) y' = xy + \sqrt{y}, \quad y(0) = 1;$$

$$i) yy' + xy^2 = e^{-x^2};$$

$$ii) y' = y(x + y), \quad y(0) = 1;$$

$$iii) x^3 y' - x^2 y = -y^4 \cos x.$$

**Задачи для занятия**

1. Найти общее решение следующего ОДУ

$$i) y' - \frac{1}{x-1} y = \begin{cases} x-1, & x \leq 2 \\ x^2-3, & x > 2 \end{cases}$$

$$ii) y' + g(x)y = \cos x, \quad g(x) := \begin{cases} 1, & x \leq 0 \\ \cos x, & x > 0 \end{cases}$$

2. Проверьте если следующие ОДУ являются однородными и решите их.

$$i) 2xy \frac{dy}{dx} = x^2 + 2y^2;$$

$$ii) (x + y) \frac{dy}{dx} = x - y;$$

$$iii) x \frac{dy}{dx} = y + 2\sqrt{xy};$$

$$\text{iv) } x(x+y) \frac{dy}{dx} = y(x-y);$$

$$\text{v) } x y y' = y^2 + x \sqrt{4x^2 + y^2}.$$

3. Принесите следующие ОДУ в вид типа Бернулли и решите их.

$$\text{i) } \frac{dy}{dx} + \frac{1}{x} y = x^2 y^2;$$

$$\text{ii) } \frac{dy}{dx} - y = \sqrt{y};$$

$$\text{iii) } x^2 \frac{dy}{dx} + 2xy = 5y^4;$$

$$\text{iv) } y^2 \frac{dy}{dx} + 3xy^3 = 6x;$$

$$\text{v) } \frac{dy}{dx} = y + y^3;$$

$$\text{vi) } y^2 \left( x \frac{dy}{dx} + y \right) = (1 + x^3)^{1/2}.$$