

Дифференциальные уравнения
Домашнее задание (ДЗ) и задачи для занятия -- 5
Преподаватель: Д.В.Гринёв

Домашнее задание

1. Докажите, что следующие ОДУ имеют множитель Эйлера вида $\mu(x, y) = f(x)$. Потом, сведите их к уравнениям в полных дифференциалах и найдите общее их решения.

i) $2y^2 + 3x + 2xy \frac{dy}{dx} = 0$.

ii) $\sin x + \cos x + 2e^{-x} y y' = 0$.

2. Докажите, что следующие ОДУ имеют множитель Эйлера вида $\mu(x, y) = f(y)$. Потом, сведите их к уравнениям в полных дифференциалах и найдите их общие решения.

i) $y + 3 + (3y - 2x)y' = 0$;

ii) $y + (x + y + 2xy^2) \frac{dy}{dx} = 0$;

3. Докажите, что отношение

$$\frac{A_y - B_x}{yA - xB} = f(x^2 + y^2),$$

является достаточным условием, чтобы ОДУ

$$A(x, y) + B(x, y)y' = 0,$$

имело множитель Эйлера вида $\mu(x, y) = f(x^2 + y^2)$.

Задачи для занятия

1. Докажите, что следующие ОДУ имеют множитель Эйлера вида $\mu(x, y) = f(x)$. Потом, сведите их к уравнениям в полных дифференциалах и найдите общее их решения.

i) $2y^2 + 3x + 2xy \frac{dy}{dx} = 0$.

ii) $\sin x + \cos x + 2e^{-x} y y' = 0$.

2. Докажите, что следующие ОДУ имеют множитель Эйлера вида $\mu(x, y) = f(y)$. Потом, сведите их к уравнениям в полных дифференциалах и найдите общее их решения.

i) $y + 3 + (3y - 2x)y' = 0$;

ii) $y + (x + y + 2xy^2) \frac{dy}{dx} = 0$;

3. Докажите, что если функция $\mu(x, y) = x^r y^s$ является множитель Эйлера для

$$A(x, y) + B(x, y)y' = 0,$$

то удовлетворяет условие

$$xy(A_y - B_x) = ryB - sxA.$$