

**ПРИМЕРНЫЙ экзамен по дифференциальным уравнениям  
2-го курса  
кафедра дифференциальных уравнений, ФМикТ, ЧГУ  
Преподаватель: Д.В.Гринёв**

*Объясните словами, что вы делаете, где это необходимо. Вы можете использовать конспекты лекций.*

*Для того, чтобы сдать экзамен вам нужно набрать **50** баллов.*

*Продолжительность экзамена: **3 часа***

**Тема 1 (15 баллов)**

**А)** Классифицируйте следующие ОДУ по порядку, линейности и автономности. В том случае если ОДУ линейное, укажите является ли оно однородным.

**i)**  $(w')^7 + w^{10} + s w''' = 0$ ,    **ii)**  $x'' + y^{-2} x = \ln y$ .

Какие зависимые и независимые переменные имеются в уравнениях? (6 баллов.)

**В)** Постройте ОДУ из данного двупараметрического семейства решений (7 баллов)

$$y(x) = c_1 e^{-x} + c_2 e^{2x}.$$

Классифицируйте построенное ОДУ. (2 балла)

**Тема 2 (15 баллов)**

**А)** Найти общее решение следующего ОДУ (10 баллов)

$$x y' - p(x) y = x^2, \quad p(x) := \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^2, & x > 0 \end{cases}.$$

**В)** Найти решение, которое удовлетворяет условию  $y(0) = 1$ . (5 баллов)

**Тема 3 (15 баллов)**

**А)** Найти такой  $r(x)$ , чтобы следующее ОДУ

$$e^x y + (r(x) - 2y) y' = 0$$

являлось ОДУ в полных дифференциалах. (5 баллов)

**В)** Докажите, что следующее ОДУ имеет множитель Эйлера вида  $\mu(x, y) = f(x)$ .

$$2y^2 + 3x + 2xy \frac{dy}{dx} = 0.$$

Свестите его к уравнению в полных дифференциалах и найдите общее решение. (10 баллов)

**Тема 4 (15 баллов)**

Пусть ОДУ задано в виде

$$y'' + 4y = 0.$$

**А)** Проверьте, что  $y_1(x) = \sin(2x)$  является частным решением. (3 балла)

**В)** Найдите второе частное решение  $y_2$  линейно независимое от  $y_1$ , используя детерминант Вронского  $W[y_1, y_2](x) \equiv W(x)$ . (7 баллов)

**С)** Найдите базис пространства решений ОДУ и, используя базис, найдите его общее решение. (5 баллов)

**Тема 5 (20 баллов)**

Для следующего ОДУ 2-го порядка

$$y'' + y' - 2y = e^{2x} + \sin x.$$

- А) Найдите общее решение соответствующего однородного уравнения. (8 баллов)  
В) Найдите частное решение методом Эйлера и напишите его общее решение. (12 баллов)

**Тема 6 (20 баллов)**

Для следующего ОДУ 2-го порядка

$$2x^2 y'' - xy' + y = x$$

- А) Найдите общее решение соответствующего однородного уравнения. (10 баллов)  
В) Найдите частное решение методом Лагранжа и напишите его общее решение.  
(10 баллов)

Баллы	Оценка
<50	<i>неудовлетворительно</i>
50-64	3
65-84	4
85-100	5