

# Применение методов функционального анализа в задачах математической физики: Задачи к экзамену

Д. В. Гринев

Курс кафедры дифференциальных уравнений  
ФМиКТ ЧГУ

Грозный 2018

# Метрические, нормированные и евклидовы пространства

- Вычислить норму функции  $y = x^3 - 1$  в пространствах  $h[0, 1]$ .
- Вычислить норму функции  $y = 3 \cos \pi x - \sin \pi x$  в пространстве  $h[0, 1]$ .
- Найти расстояние между функциями  $y = x$ ,  $z = x^2$  в пространстве  $h[0, 1]$ .
- Найти расстояние между функциями  $y = 2 \sin \pi x$ ,  $z = \cos \pi x$  в пространстве  $h[0, 1]$ .
- Найти расстояние между функциями  $y = \sin \pi x$ ,  $z = 3 \cos \pi x$  в пространстве  $C[0, 2]$ .
- Найти расстояние между функциями  $y = 6x$ ,  $z = x^2$  в пространстве  $C[0, 2]$ .

# Собственные функции и характеристические числа оператора Фредгольма

- Найти характеристические числа и собственные функции оператора Фредгольма

$$\widehat{A}y = \int_a^b K(x, s)y(s)ds$$

для следующих случаев

- $K(x, s) = \cos x - \sin x, a = 0, b = \pi$
- $K(x, s) = \cos(x + s), a = 0, b = \pi$
- $K(x, s) = \sin(x - s), a = 0, b = 2\pi$
- $K(x, s) = x + s, a = -1, b = 1$

- Решить следующие ИУ:

$$u(x) = \pi + \lambda \int_0^1 (x-1)^2 u(t) dt$$

$$u(x) = 1 + \lambda \int_1^x t u(t) dt$$