

Интегральные уравнения: Задачи к зачёту

Д. В. Гринев

Курс кафедры дифференциальных уравнений
ФМиКТ ЧГУ

Грозный 2017

Линейные ИУ и их сведение к ОДУ

- Найти задачу Коши эквивалентную ИУ Вольтерра

$$u(x) = x^3 + \int_0^x (x-t)^2 u(t) dt$$

- Найти задачу Коши эквивалентную ИУ Вольтерра

$$u(x) = 1 + x + \int_0^x (x-t)^2 u(t) dt$$

- Вывести ИУ Фредгольма для краевой задачи

$$\begin{cases} y''(x) + 4y(x) = \sin(x), \\ y(0) = y(1) = 0, \\ 0 < x < 1 \end{cases}$$

Метрические, нормированные и евклидовы пространства

- Вычислить норму функции $y = x^3 - x$ в пространствах $h[0, 2]$ и в $C[0, 2]$.
- Найдите расстояние между функциями $y = 2 \cos \pi x$, $y = \sin \pi x$ в пространствах $h[0, 1]$ и в $C[0, 1]$.

Собственные функции и собственные значения ИУ Фредгольма с вырожденным ядром

- Найти характеристические числа и собственные функции уравнения Фредгольма

$$\int_0^{2\pi} \left(\sin(x+s) + \frac{1}{2} \right) y(s) ds$$

- Доказать, что $\lambda = 0$ является собственным значением уравнения Фредгольма

$$\int_0^{2\pi} \left(\sin x \cos s + \sin s \cos x + \frac{1}{2} \right) y(s) ds$$

и найти его ранг.